Capacitancia

- Los capacitores, los resistores y los inductores son elementos importantes que se encuentran en los circuitos eléctricos y electrónicos. Estos dispositivos, son conocidos como elementos pasivos. Solo son capaces de absorber energía eléctrica.

2. Capacitancia y dieléctricos.

Objetivo: El alumno calculará la capacitancia de un sistema y la energía potencial eléctrica en él almacenada.

Contenido

2.1 Concepto de capacitor y definición de capacitancia.

2.2 Cálculo de capacitancias (capacitor de placas planas y paralelas).

2.3 Cálculo de la energía almacenada en un capacitor.

2.4 Conexión de capacitores; capacitor equivalente.

Capacitancia

A diferencia de un resistor que disipa energía, los capacitores y los inductores, la almacenan y la regresan al circuito al que están conectados.

Capacitores cilíndricos, puente de impedancia y tableta de capacitores.

Capacitor

- Un capacitor es el dispositivo físico que posee la propiedad eléctrica denominada capacitancia.
- Un capacitor se compone básicamente de 2 placas conductoras paralelas, separadas por un aislante denominado dieléctrico.

Capacitor

- Si a las placas se le aplica una diferencia de potencial o voltaje por medio de unas pilas o una fuente, al incrementar en voltaje V la carga Q almacenada en las placas incrementa de forma directamente proporcional.

Capacitor

- Por consiguiente, la razón de la cantidad de carga Q al potencial V producido, será una constante para un material conductor dado, Esta razón refleja la capacidad del capacitor para almacenar carga y se llama capacitancia C.

Capacitancia de un capacitor.

$$C = \frac{Q}{V}\left[\frac{C}{V} = F\right]$$

- **La unidad de capacitancia es el farad (F). Por tanto, si un capacitor tiene una capacitancia de un farad, una transferencia de carga de un coulomb al capacitor elevará su potencial en un volt.**

$$1 \cdot \text{farad} \cdot (F) = \frac{1 \cdot \text{coulomb} \cdot (C)}{1 \cdot \text{volt} \cdot (V)}$$

Capacitor.

- Cualquier capacitor tiene una capacitancia C para almacenar carga.
- Por lo tanto, la capacitancia de un dispositivo es la medida de su capacidad de almacenar carga y energía potencial eléctrica.
- La cantidad de carga que puede colocarse en un conductor está limitada por la rigidez dieléctrica del medio que se encuentra entre sus placas.

Rigidez dieléctrica

Es la intensidad del campo eléctrico para el cual el material dieléctrico deja de ser un aislador para convertirse en un material conductor.

Hay un límite para la intensidad del campo que puede existir en un capacitor de placas planas y paralelas con aire entre ellas sin que se ionice este. Cuando ello ocurre, el aire se convierte en un conductor.

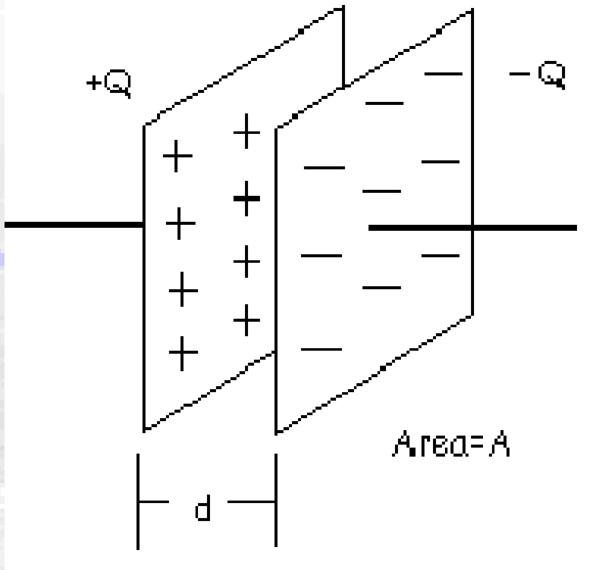
Rigidez dieléctrica

El valor límite de la intensidad del campo eléctrico en el cual un material pierde su propiedad aisladora, se llama rigidez dieléctrica del material o campo de ruptura y se relaciona con el voltaje (V) y la distancia entre las placas (d) de la siguiente forma:

$$E_R = \frac{V}{d}\left[\frac{V}{m}\right]$$

Capacitor de placas planas y paralelas.

Dos placas paralelas de igual área A están separadas una distancia d como en la figura. Una placa tiene carga +Q, y la otra, carga -Q.



Capacitor de placas planas y paralelas.

Como las cargas +Q y –Q son de la misma magnitud solamente se habla de la carga Q que almacena el capacitor C.

La carga por unidad de área en cada placa es

$$\sigma = \frac{Q}{A}\left[\frac{C}{m^2}\right]$$

Capacitor de placas planas y paralelas.

Si las placas están muy cercanas una de la otra, podemos despreciar los efectos de los extremos y suponer que el campo eléctrico es uniforme entre las placas y cero en cualquier otro lugar. El campo eléctrico entre las placas esta dado por

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$$

Capacitor de placas planas y paralelas.

La diferencia de potencial entre las placas es igual a Ed ; por lo tanto,

$$V = Ed = \frac{Qd}{\epsilon_0 A}$$

Capacitor de placas planas y paralelas.

Sustituyendo este resultado, encontramos que la capacitancia esta dada por

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{Qd/\epsilon_0 A}$$

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

Capacitor de placas planas y paralelas.

Esto significa que la capacitancia de un condensador de placas paralelas es proporcional al área de éstas e inversamente proporcional a la separación entre ellas

Ejemplo. Capacitor de placas paralelas.

Un capacitor de placas paralelas tiene un área $A = 2[cm^2] = 2\times 10^{-4}[m^2]$ **y una separación entre las placas d=1[mm]. Encuentre su capacitancia**

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d} = \left(8.85X10^{-12}\frac{C^2}{N\cdot m^2}\right)\left(\frac{2X10^{-4}m^2}{1X10^{-3}m}\right)$$

$$= 1.77X10^{-12}F = 1.77pF$$

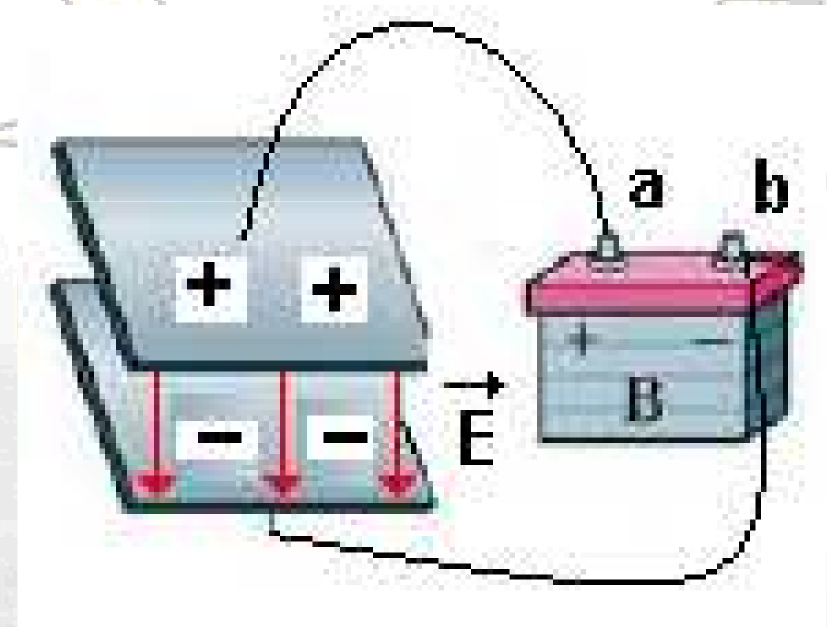
Ejemplo. Capacitor de placas paralelas.

¿Cuál es el valor de el área de las placas de un capacitor de 1[F] de placas planas y paralelas si estas se encuentran separadas 1 [mm]?.

Cálculo de energía almace

Recordando que el trabajo necesario para trasladar una carga puntual de un punto ***b*** ***a*** un punto a a través de un campo eléctrico es.

$$ {}_{b}W_{a} = qV_{ab} $$



Cálculo de energía almace

Con referencia a la figura anterior pensamos que el trasladar la carga Q total de la placa inferior a la placa superior, se ha realizado trasladando pequeñas porciones de carga *dq* y efectuando para cada una de ella un trabajo

$$ {}_{b}dW_{a} = dq\,V_{ab} $$

Integrando la expresión anterior se obtiene el trabajo total al cargar el capacitor con una carga total Q.

Cálculo de energía almacenada

Por lo tanto

$$ {}_bW_a = \int_0^Q {}_b dw_a = \int_0^Q V_{ab}\, dq $$

Pero observamos que la diferencia de potencial es variable ya que depende de la cantidad de carga en las placas. De la definición de capacitancia

$$ V_{ab} = \frac{q}{C} $$

Cálculo de energía almacenada

Por lo tanto

$$ {}_{b}W_{a} = \int_0^Q \frac{q}{C}\,dq = \left[\frac{q^2}{2C}\right]_0^Q = \frac{Q}{2C} $$

La expresión anterior representa el trabajo total efectuado al cargar el capacitor. Si no existen efectos disipativos, la energía almacenada deberá ser de igual valor.

Cálculo de energía almacenada

Entonces

$$U = {}_bW_a = \frac{Q^2}{2C}$$

O también:

$$U = \frac{1}{2}CV_{ab}^2 [J]$$

$$U = \frac{1}{2}QV_{ab}$$

Densidad de energía

La diferencia de potencial para un capacitor de placas planas paralelas es: $V_{ab} = Ed$

Y la capacitancia $C = \dfrac{\varepsilon_0 A}{d}$

Sustituyendo en: $U = \dfrac{1}{2} C V_{ab}^2 [J]$

Densidad de energía

Se obtiene:

$$U = \frac{1}{2}\varepsilon_0 AdE^2$$

Resulta válido considerar que la energía almacenada en el capacitor fue la requerida para establecer el campo eléctrico.

Definiendo la densidad de energía como

$$u = \frac{U}{V}$$

Densidad de energía

Se obtiene:

$$u = \frac{\varepsilon_o}{2} E^2 \left[\frac{J}{m^3} \right]$$

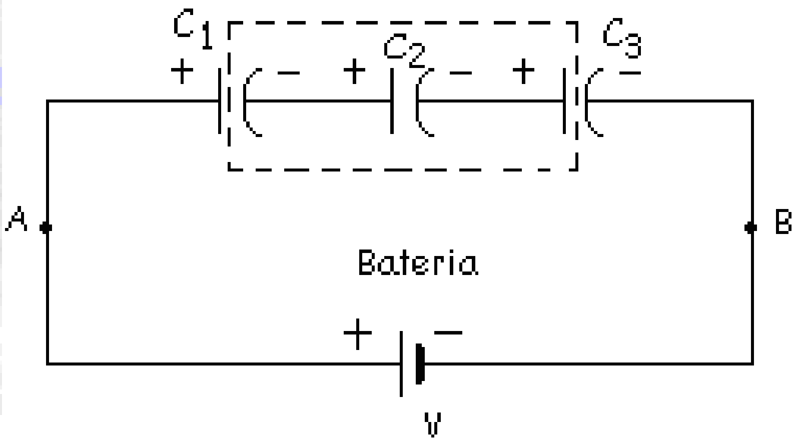
Densidad de energía

Ejemplo. ¿Cuál es la densidad de energía de un capacitor de placas planas y paralelas, de área igual a 4 [m^2] y separadas 0.1 [mm] con una diferencia de potencial de 90 [V]?

Res. U=3.584 [J/m^3]

Capacitores en Serie

Considérese primero el efecto de un grupo de capacitores conectados a lo largo de una sola trayectoria, Una conexión de este tipo, en donde la placa positiva de un capacitor se conecta a la placa negativa de otro, se llama conexión en serie.



Capacitores en Serie

La batería mantiene una diferencia de potencial V entre la placa positiva C1 y la placa negativa C3, con una transferencia de electrones de una a otra.

La carga no puede pasar entre las placas del capacitor; en consecuencia, toda la carga contenida dentro del paralelogramo punteado de la figura anterior, es carga inducida. Por esta razón, la carga en cada capacitor es idéntica

$$Q = Q_1 = Q_2 = Q_3$$

Capacitores en Serie

Los tres capacitores pueden reemplazarse por una capacitancia equivalente C, sin que varíe el efecto externo. La expresión que sirve para calcular la capacitancia equivalente para esta conexión en serie se obtiene de observar que la diferencia de potencial entre A y B es independiente de la trayectoria y el voltaje de la batería debe ser igual a la suma de los voltajes a través de cada capacitor.

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

Capacitores en Serie

Si se recuerda que la capacitancia C se define por la razón Q/V, la ecuación se convierte en

$$\frac{Q}{C_e} = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2} + \frac{Q_3}{C_3}$$

Para una conexión en serie, Q=Q1=Q2=Q3 así, que si se divide entre la carga, se obtiene :

$$\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

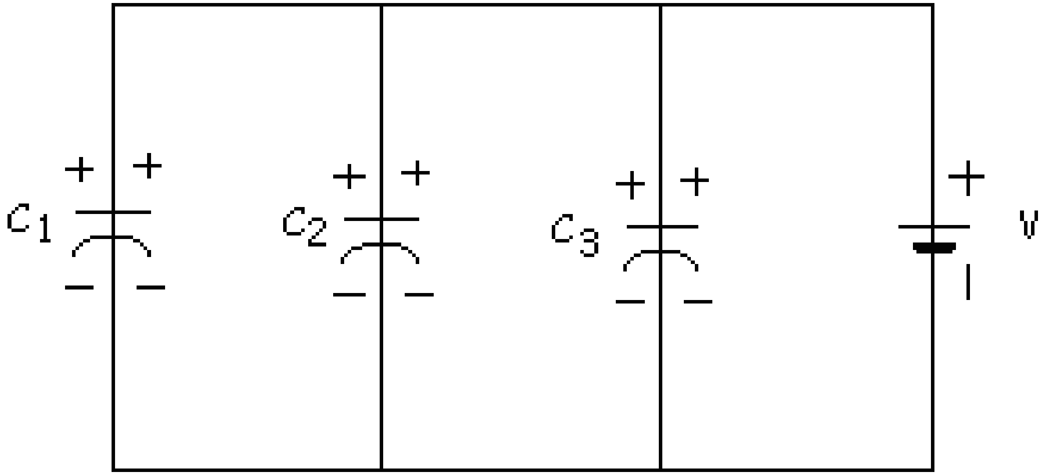
Capacitores en Serie

La capacitancia total o equivalente para dos capacitores en serie es:

$$C_e = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$$

Capacitores en Paralelo

Considérese un grupo de capacitores conectados de tal modo que la carga pueda distribuirse entre dos o más conductores.



Capacitores en Paralelo

Cuando varios capacitores están conectados directamente a la misma fuente de potencial, como en la figura anterior, se dice que ellos están conectados en paralelo.

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

De la definición de capacitancia, la carga en un capacitor conectado en paralelo es

$$Q_1 = C_1 V_1; \qquad Q_2 = C_2 V_2; \qquad Q_3 = C_3 V_3$$

Capacitores en Paralelo

La carga total Q es igual a la suma de las cargas individuales

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

De la definición de capacitancia

$$Q = C_1 V_1 + C_2 V_2 + C_3 V_3$$

Capacitores en Paralelo

Recordando que los voltajes son los mismos

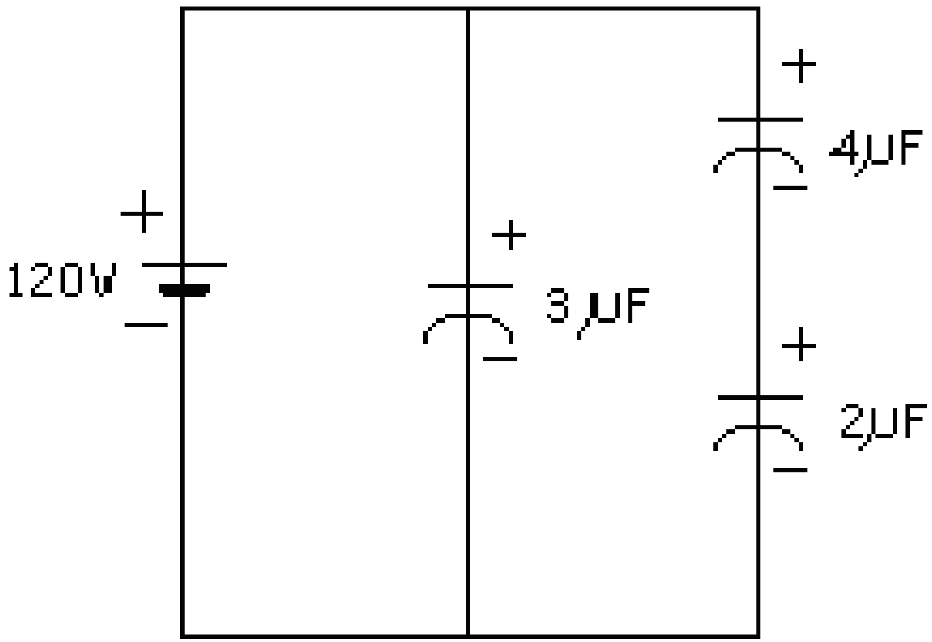
$$\frac{Q}{V} = C_E = C_1 + C_2 + C_3$$

Se concluye que para un conexión en paralelo

$$C_E = C_1 + C_2 + C_3$$

Ejemplo de capacitores en serie y en paralelo

En la figura se muestran tres capacitores conectados a una diferencia de potencial.



Ejemplo de capacitores en serie y en paralelo

Determinar:

a) **La capacitancia equivalente del circuito.**

b) **La carga en cada capacitor.**

b) **La diferencia de potencial entre las placas del capacitor de 4[μF].**

Ejemplo de capacitores en serie y en paralelo

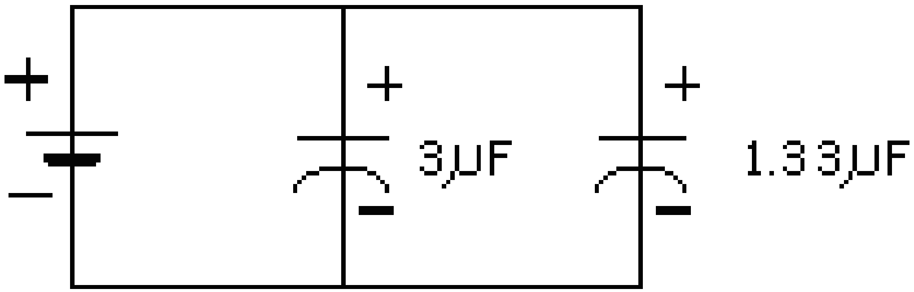
Los capacitores de: $4 \text{ y } 2\left[\mu F\right]$

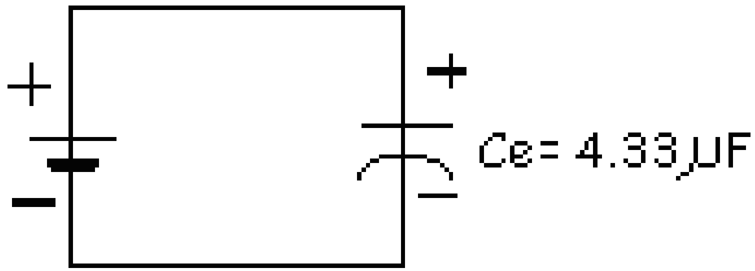
están conectados en serie; su capacitancia combinada se encuentra en la siguiente ecuación.

$$C_{2,4} = \frac{C_2 C_4}{C_2 + C_4} = \frac{(2\,\mu F)(4\,\mu F)}{2\,\mu F + 4\,\mu F} = 1.33\,\mu F$$

Capacitores en Paralelo

Estos dos capacitores pueden reemplazarse por su equivalente, como se ve en la figura de la izquierda. Los dos capacitores restantes están conectados en paralelo como se observa en la figura de la derecha. Por tanto la capacitancia equivalente es:





Capacitores en Paralelo

- b) La carga total en la red es

$Q = C_e V = (4.33 \mu F)(120 V) = 520\ [\mu C]$

La carga Q_3 en el capacitor de $3 \mu F$ es $Q_3 = C_3 V = (3 \mu F)(120 V) = 360\ [\mu C]$

El resto de la carga, $Q - Q_3 = 520\ [\mu C] - 360\ [\mu C] = 160\ [\mu C]$ debe almacenarse en los capacitores en serie.

- Por lo tanto, $Q_2 = Q_4 = 160\ [\mu C]$

Capacitores en Paralelo

c) La caída de voltaje a través del capacitor de

$$4\,[\mu\mathrm{F}]$$

es:

$$V_4 = \frac{Q_4}{C_4} = \frac{160\,\mu C}{4\,\mu F} = 40V$$

Bibliografía.

Gabriel A. Jaramillo Morales, Alfonso A. Alvarado Castellanos.
Electricidad y magnetismo.
Ed. Trillas. México 2003

Sears, Zemansky, Young, Freedman
Física Universitaria
Ed. PEARSON. México 2005